TẠP CHÍ TIN HỌC VÀ ĐIỀU KHIỂN HỌC - Tập I (1991), Số 4 (29-33)

LƯỢC ĐỒ LÔGIC ĐỐI XỨNG VÀ ỨNG DỤNG
Phần II : ỨNG DỤNG CỦA LƯỢC ĐỒ LÔGIC ĐỐI XỨNG [1]

PHAN CHÍ VÂN

Trường đại học Bách khoa Hà Nội

Trong vấn đề biểu diễn tri thức nói chung, và đặc biệt là đối với các hệ chuyên gia, việc hình thành được các mô tơ suy diễn tốt trên các cơ sở tri thức nào đó là một yêu cầu quan trọng. Một ứng dụng chủ yếu của khái niệm lược đồ lô-gic đối xứng (LĐLGĐX) liên quan chặt chẽ và trực tiếp với vấn đề này.

Thực chất của quá trình thành lập các LĐLGĐX là: từ một hệ $2n$ khái niệm nào đó, trước tiên phải hình thành một hệ tri thức cơ sở cho những mối liên hệ lô-gic nào đấy giữa các khái niệm trên, rồi sử dụng bộ suy diễn[2] tạo nên được những hệ tri thức đầy đủ, phong phú thể hiện được tất cả các mối liên hệ lô-gic cần quan tâm giữa $2n$ khái niệm đã hình thành.

Để nêu bật được những nội dung trên, ta sẽ trình bày vấn đề thông qua một thí dụ cụ thể. Đây là một thí dụ về biểu diễn tri thức toán, do đó cũng có thể trình bày luôn tác dụng của khái niệm LĐLGĐX trong việc biểu diễn các tri thức toán (nói chung là các tri thức của khoa học cơ bản) bằng ngôn ngữ của lô-gic vị từ (là phương pháp hình thức trong biểu diễn tri thức). Vì vậy các khái niệm, mệnh đề toán học được lựa chọn và phát biểu trong LĐLGĐX này là khá đơn giản để tạo điều kiện thuận lợi độc giả theo dõi được mạch ý chính của vấn đề.

VỀ MỘT LƯỢC ĐỒ LÔ-GIC ĐỐI XỨNG

Trong phần này ta sẽ xây dựng một LĐLGĐX cụ thể, biểu diễn một hệ các tri thức toán học.

1. Không gian cơ sở và hệ các khái niệm toán hình thành trên đó

Gọi R là không gian các số thực x; $R^* = R \cup \{\infty\}$; $R^+ = \{x | x \in R \wedge x > 0\}$.

Chọn không gian cơ sở E là không gian các hàm xác định và đơn trị trên R $E = \{(x, y) | y = f(x)$ là hàm xác định, đơn trị (hữu hạn hay vô hạn) trên $R\}$[3]

(1) Xem phần I : Khái niệm về lược đồ lô-gic đối xứng trong Tạp chí Tin học và Điều khiển học số 3 năm 1991.

(2) Là cơ sở toán học để tạo dựng những môtơ suy diễn khi cần thiết.

(3) Cần lưu ý : hàm $y = cotgx$ chẳng hạn là thuộc không gian E vì khi $x = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$) thì $y = \infty \in R^*$.

Với $x \in R$; $y \in R^*$; $T, M \in R^+$; $(x, y) \in E$ người ta hình thành các khái niệm toán học sau đây [1]:

(1) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm hằng nếu: $(\forall T)((\forall x)[f(x+T) = f(x)]$

$\overline{(1)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm có biến thiên nếu: $(\exists T)(\exists x)[f(x+T) \neq f(x)]$

(2) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm tuần hoàn nếu: $(\exists T)(\forall x)[f(x+T) = f(x)]$

$\overline{(2)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không tuần hoàn nếu: $(\forall T)(\exists x)[f(x+T) \neq f(x)]$

(3) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm lặp toàn phần nếu: $(\forall x)(\exists T)[f(x+T) = f(x)]$

$\overline{(3)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không lặp toàn phần nếu: $(\exists x)(\forall T)[f(x+T) \neq f(x)]$

(4) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm lặp bộ phận nếu: $(\exists x)(\exists T)[f(x+T) = f(x)]$

$\overline{(4)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không lặp nếu: $(\forall x)(\forall T)[f(x+T) \neq f(x)]$

(5) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm hằng triệt tiêu nếu: $(\forall M)(\forall x)[|f(x)| < M]$

$\overline{(5)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không hằng triệt tiêu nếu: $(\exists M)(\exists x)[|f(x)| \geq M]$

(6) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm giới nội nếu: $(\exists M)(\forall x)[|f(x)| < M]$

$\overline{(6)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không giới nội nếu: $(\forall M)(\exists x)[|f(x)| \geq M]$

(7) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm hữu hạn khắp nơi nếu: $(\forall x)(\exists M)[|f(x)| < M]$

$\overline{(7)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không hữu hạn khắp nơi nếu: $(\exists x)(\forall M)[|f(x)| \geq M]$

(8) Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm không hằng vô hạn nếu: $(\exists x)(\exists M)[|f(x)| < M]$

$\overline{(8)}$ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm hằng vô hạn nếu: $(\forall x)(\forall M)[|f(x)| \geq M]$

Người ta đã chứng minh được 16 khái niệm này đều không tầm thường đối với không gian cơ sở E đã chọn - nghĩa là có tồn tại thực sự 16 khái niệm toán học trên trong không gian cơ sở E[2]. Vậy theo nguyên lý quan hệ tất yếu[3]: sẽ tồn tại một LĐLGĐX $\mathcal{L}$ liên kết các khái niệm trên.

Cần chỉ ra LĐLGĐX $\mathcal{L}$ ấy – nghĩa là phải chỉ ra đồ thị và bảng quan hệ của LĐLGĐX $\mathcal{L}$.

2. Chỉ ra LĐLGĐX $\mathcal{L}$ liên kết các khái niệm toán học

Bằng các quy tắc của lô-gic vị từ người ta chứng minh trực tiếp được 14 mệnh đề sau đây[4]:

$(1) \longrightarrow (2)$ $(3) \longrightarrow (4)$ $(6) \longrightarrow (7)$ $(5) \longrightarrow (1)$ $(2) \not\longrightarrow (1)$ $(4) \not\longrightarrow (3)$ $(6) \not\longrightarrow (4)$

$(2) \longrightarrow (3)$ $(5) \longrightarrow (6)$ $(7) \longrightarrow (8)$ $\overline{(8)} \longrightarrow (1)$ $(3) \not\longrightarrow (2)$ $(7) \not\longrightarrow (6)$ $\overline{(4)} \not\longrightarrow (7)$

---

(1) Trong bài này sử dụng các ký hiệu tắt như sau:
$(i), \overline{(i)}$ được ký hiệu lần lượt thay cho $P_i[y = f(x)]$, $\overline{P_i}[y = f(x)]$ hay $P_i[(x, y)]$, $\overline{P_i}[(x, y)]$.
Và $(i) \longrightarrow (j)$ được ký hiệu thay cho: $(\forall (x, y))\{\overline{P_i}[(x, y)] \vee P_j[(x, y)]\}$
$(i) \not\longrightarrow (j)$ được ký hiệu thay cho: $(\exists (x, y))\{P_i[(x, y)] \wedge \overline{P_j}[(x, y)]\}$
với $(x.y) \in E$ và $i, j = 1, 2, ..., 8$.

(2) (4) : xem tài liệu [6].

(3) Xem các tài liệu [4], [5].

Hệ thống các mệnh đề này lập nên một hệ tri thức cơ sở, đồng thời cũng là một hạch của LĐLGĐX $\mathcal{L}$ (bảng quan hệ (A)).

Bằng các quy tắc dẫn xuất lô-gic (bộ suy diễn) người ta suy ra được tất cả các mệnh đề còn lại của LĐLGĐX $\mathcal{L}$ (được thể hiện trong bảng quan hệ (A)* và đồ thị của nó) như sau:

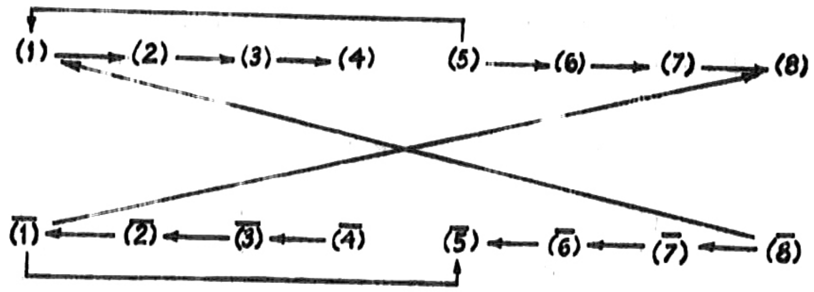
Hệ tri thức cơ sở (bảng quan hệ (A))

(1,2]	(2,3]	(3,4]	4,5	5,6]	(6,7]	7,8]	8,$\bar{1}$
1,3	2,4	3,5	](4,6	5,7	6,8	7,$\bar{1}$	8,$\bar{2}$
1,4	2,5	3,6	4,7	5,8	6,$\bar{1}$	7,$\bar{2}$	8,$\bar{3}$
[1,5	2,6	3,7	4,8	5,$\bar{1}$	6,$\bar{2}$	7,$\bar{3}$	8,$\bar{4}$
1,6	2,7	3,8	4,$\bar{1}$	5,$\bar{2}$	6,$\bar{3}$	](7,$\bar{4}$	8,$\bar{5}$
1,7	2,8	3,$\bar{1}$	4,$\bar{2}$	5,$\bar{3}$	6,$\bar{4}$	7,5	8,$\bar{6}$
1,8	2,$\bar{1}$	3,$\bar{2}$	4,$\bar{3}$	5,$\bar{4}$	6,$\bar{5}$	7,$\bar{6}$	8,7
1,$\bar{1}$	2,$\bar{2}$	3,$\bar{3}$	4,$\bar{4}$	5,$\bar{5}$	6,$\bar{6}$	7,7	8,$\bar{8}$
1,$\bar{2}$	2,$\bar{3}$	3,$\bar{4}$	4,$\bar{5}$	5,$\bar{6}$	6,7	7,$\bar{8}$	$\bar{1}$,$\bar{2}$
1,$\bar{3}$	2,$\bar{4}$	3,$\bar{5}$	4,$\bar{6}$	5,7	6,$\bar{8}$	$\bar{2}$,$\bar{3}$	$\bar{1}$,$\bar{3}$
1,$\bar{4}$	2,$\bar{5}$	3,$\bar{6}$	4,$\bar{7}$	5,$\bar{8}$	$\bar{3}$,$\bar{4}$	$\bar{2}$,$\bar{4}$	$\bar{1}$,$\bar{4}$
1,$\bar{5}$	2,$\bar{6}$	3,$\bar{7}$	4,$\bar{8}$	$\bar{4}$,5	$\bar{3}$,5	$\bar{2}$,5	$\bar{1}$,$\bar{5}$
1,$\bar{6}$	2,$\bar{7}$	3,$\bar{8}$	$\bar{5}$,$\bar{6}$	$\bar{4}$,$\bar{6}$	$\bar{3}$,$\bar{6}$	$\bar{2}$,$\bar{6}$	$\bar{1}$,$\bar{6}$
1,$\bar{7}$	2,$\bar{8}$	$\bar{6}$,7	$\bar{5}$,7	$\bar{4}$,7	$\bar{3}$,7	$\bar{2}$,7	$\bar{1}$,$\bar{7}$
[1,$\bar{8}$	7,$\bar{8}$	$\bar{6}$,$\bar{8}$	5,$\bar{8}$	$\bar{4}$,$\bar{8}$	3,$\bar{8}$	2,$\bar{8}$	$\bar{1}$,$\bar{8}$

Hệ tri thức đầy đủ (bảng quan hệ (A)*)

(1,2]	(2,3]	(3,4]	[4,5)	(5,6]	(6,7]	(7,8]	[8,$\bar{1}$)
(1,3]	(2,4]	[3,5)	(4,6)	(5,7]	(6,8]	(7,$\bar{1}$)	[8,$\bar{2}$)
(1,4]	[2,5)	(3,6)	(4,7)	(5,8]	(6,$\bar{1}$)	(7,$\bar{2}$)	[8,$\bar{3}$)
[1,5)	(2,6)	(3,7)	(4,8)	]5,$\bar{1}$[	(6,$\bar{2}$)	(7,$\bar{3}$)	[8,$\bar{4}$)
(1,6)	(2,7)	(3,8)	(4,$\bar{1}$)	]5,$\bar{2}$[	(6,$\bar{3}$)	(7,$\bar{4}$)	(8,$\bar{5}$)
(1,7)	(2,8)	(3,$\bar{1}$)	(4,$\bar{2}$)	]5,$\bar{3}$[	(6,$\bar{4}$)	(7,$\bar{5}$)	(8,$\bar{6}$)
(1,8)	(2,$\bar{1}$)	(3,$\bar{2}$)	(4,$\bar{3}$)	]5,$\bar{4}$[	(6,$\bar{5}$)	(7,$\bar{6}$)	(8,$\bar{7}$)
]1,$\bar{1}$[	]2,$\bar{2}$[	]3,$\bar{3}$[	]4,$\bar{4}$[	]5,$\bar{5}$[	]6,$\bar{6}$[	]7,$\bar{7}$[	]8,$\bar{8}$[
]1,$\bar{2}$[	]2,$\bar{3}$[	]3,$\bar{4}$[	(4,$\bar{5}$)	]5,$\bar{6}$[	]6,$\bar{7}$[	]7,$\bar{8}$[	[$\bar{1}$,$\bar{2}$)
]1,$\bar{3}$[	]2,$\bar{4}$[	(3,$\bar{5}$)	(4,$\bar{6}$)	]5,$\bar{7}$[	]6,$\bar{8}$[	[$\bar{2}$,$\bar{3}$)	[$\bar{1}$,$\bar{3}$)
]1,$\bar{4}$[	(2,$\bar{5}$)	(3,$\bar{6}$)	(4,$\bar{7}$)	]5,$\bar{8}$[	[$\bar{3}$,$\bar{4}$)	[$\bar{2}$,$\bar{4}$)	[$\bar{1}$,$\bar{4}$)
(1,$\bar{5}$)	(2,$\bar{6}$)	(3,$\bar{7}$)	[4,$\bar{8}$)	($\bar{4}$,$\bar{5}$]	($\bar{3}$,$\bar{5}$]	($\bar{2}$,5]	($\bar{1}$,$\bar{5}$]
(1,$\bar{6}$)	(2,$\bar{7}$)	[3,$\bar{8}$)	[$\bar{5}$,$\bar{6}$)	($\bar{4}$,$\bar{6}$]	($\bar{3}$,$\bar{6}$)	($\bar{2}$,$\bar{6}$)	($\bar{1}$,$\bar{6}$)
(1,$\bar{7}$)	[2,$\bar{8}$)	[$\bar{6}$,$\bar{7}$)	[$\bar{5}$,$\bar{7}$)	($\bar{4}$,$\bar{7}$)	($\bar{3}$,$\bar{7}$)	($\bar{2}$,$\bar{7}$)	($\bar{1}$,$\bar{7}$)
[1,$\bar{8}$)	[$\bar{7}$,$\bar{8}$)	[$\bar{6}$,$\bar{8}$)	[$\bar{5}$,$\bar{8}$)	]$\bar{4}$,$\bar{8}$[	]$\bar{3}$,$\bar{8}$[	]$\bar{2}$,$\bar{8}$[	]$\bar{1}$,$\bar{8}$[

Đồ thị của lược đồ lô-gic đối xứng $\mathcal{L}$



Như thế sức mạnh của bộ suy diễn là rõ ràng: Từ một hệ tri thức cơ sở (bảng (A)) người ta đã thu được một hệ tri thức đầy đủ (bảng (A)*) 224 mệnh đề toán (không kể những mệnh đề tầm thường) trong bảng (A)* đã được chứng minh đầy đủ, hơn nữa đã có các quy tắc rõ ràng để phát biểu chúng bằng ngôn ngữ của lô-gic vị từ.

Chẳng hạn:

Mệnh đề thứ 200 (theo một trình tự đã được quy ước trên bảng quan hệ (A)'): $\overline{(3)} \longrightarrow \overline{(2)}$ (là mệnh đề loại 1), được phát biểu bằng ngôn ngữ tự nhiên:

"Mọi hàm số không lặp toàn phần, không thể là hàm tuần hoàn",

được phát biểu bằng ngôn ngữ lô-gic:

$$(\forall(x,y))\ \{(\forall x)(\exists T)[f(x+T)=f(x)] \vee (\forall T)(\exists x)[f(x+T)\neq f(x)]\} \qquad \text{(I)}$$

Mệnh đề thứ 152: (7) $\longrightarrow$ (6) (là mệnh đề loại 2), được phát biểu bằng ngôn ngữ tự nhiên:

"Tồn tại hàm số hữu hạn khắp nơi, nhưng không giới nội"

được phát biểu bằng ngôn ngữ lô-gic:

$$(\exists(x,y))\{(\forall x)(\exists M)[|f(x)|<M] \wedge (\forall M)(\exists x)[|f(x)|\geq M]\} \qquad \text{(II)}$$

(I), (II) là các công thức lô-gic hình thành tốt và có giá trị chân lý là 1.

Như thế yêu cầu biểu diễn các tri thức toán bằng ngôn ngữ của lô-gic vị từ cũng đã được đáp ứng.

VÀI NHẬN XÉT BỔ XUNG

Những nội dung trên đã mô tả ứng dụng của khái niệm LĐLGĐX cho biểu diễn tri thức toán. Có thể mở rộng ứng dụng của khái niệm này cho các biểu diễn tri thức thông thường (phi toán) theo tiến trình như sau: